Géométrie analytique

Rattrapages

Exercice 1. On travaille dans le plan euclidien.

1. Déterminer l'équation cartésienne de la droite $\mathcal{D}$ passant par $A = (-1, 1)$ et de vecteur directeur $\overrightarrow{v} = (-2, 3)$.
2. Justifier que pour tout $b \in \mathbb{R}$, la droite $\mathcal{D}'_b$ d'équation $-4x + 6y + b = 0$ est perpendiculaire à $\mathcal{D}$.
3. Soit $b \in \mathbb{R}$. Déterminer le point d'intersection P de $\mathcal{D}$ et de $\mathcal{D}'_b$.
4. Soit r la rotation de centre P et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Calculer $r(A)$.
5. Déterminer b tel que $r(A) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\right)$. Pour cette valeur de b, calculer l'aire du triangle $[APr(A)]$.

Exercice 2. On travaille dans l'espace euclidien. Soit $\mathcal{P}$ le plan passant par $A = (1, 1, 1)$ et de vecteurs directeurs $\overrightarrow{u} = (2, 4, 1)$ et $\overrightarrow{v} = (5, -3, 2)$.

1. Donner une équation cartésienne de $\mathcal{P}$.
2. Justifier que la droite paramétrée par
$$\begin{cases} x = 3 - 11t \\ y = 5 - t \\ z = 2 + 26t \end{cases}$$
est perpendiculaire à $\mathcal{P}$ et décrire $\mathcal{D}$ comme l'intersection de deux plans.
3. Trouver P_1 et P_2 sur la droite $\mathcal{D}$ tels que
$$d(P_1, \mathcal{P}) = d(P_2, \mathcal{P}) = 2$$
(on va supposer que P_1 est le point de plus grande première coordonnée).
4. Soit C le point d'intersection de $\mathcal{D}$ et de $\mathcal{P}$. Justifier géométriquement que
$$\{M \in \mathcal{P} \mid \sigma([P_1CM]) = 3\}$$
est un cercle dans $\mathcal{P}$ et donner son rayon.

Exercice 3.

1. Soient A, B, C trois points de l'espace euclidien. Donner la formule de l'aire du triangle $[ABC]$. Calculer cette aire pour $A = (3, 2, 1), B = (1, 1, -1), C = (0, 1, 4)$.
2. Soient A, B, C, D quatre points de l'espace euclidien. Donner la formule du volume du tétraèdre $[ABCD]$.
3. Calculer le volume du tétraèdre déterminé par les points $A = (1, 2, 2), B = (0, 0, 2), C = (3, -1, 2)$, et $D = (2, -3, t)$ où $t \in \mathbb{R}$. Justifier géométriquement que pour $t = 2$ ce volume est nul. Enfin, trouver les valeurs de $t \in \mathbb{R}$ telles que ce volume est égal à 7.

Exercice 4. On travaille dans le plan euclidien.

1. Soit $\mathcal{D}$ la droite d'équation cartésienne $y - x + \sqrt{2} = 0$. Justifier que le cercle $\mathcal{C}_O$ de centre $O = (0, 0)$ et de rayon 1 est tangent à $\mathcal{D}$.
2. Déterminer l'ensemble des points P du plan tels que le cercle $\mathcal{C}_P$ de centre P et de rayon 1 est tangent à $\mathcal{D}$. Faire un dessin, et préciser sa nature géométrique.
3. Soit $\mathcal{D}'$ la droite d'équation cartésienne $x - y = 0$. Soient P un point du plan. Supposons qu'il existe un cercle de centre P qui soit tangent à $\mathcal{D}'$ et à l'axe Ox. Alors justifier que P appartient à la droite $\mathcal{D}_1 : x - (\sqrt{2} + 1)y = 0$ ou à la droite $\mathcal{D}_2 : x - (1 - \sqrt{2})y = 0$. Faire un dessin et interpréter géométriquement.