

Arithmétique

Contrôle continu

Durée : 1h30.

Toute réponse doit être justifiée.

Les correcteurs tiendront compte de la qualité de la rédaction et de la présentation.

Les appareils électroniques et tout document sont interdits.

Exercice 1 (2). Énoncer le théorème de division euclidienne.

Exercice 2 (2). Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

Exercice 3 (1.5+1+1.5). 1. Déterminer le PGCD de 714 et 221.

2. Donner une relation de Bézout entre ces deux nombres et leur PPCM.

On écrira le PPCM comme un produit de puissances de nombres premiers.

Exercice 4 (1+3). Résoudre dans \mathbb{Z} les équations suivantes :

1. $15x + 36y = 14$

2. $15x + 36y = 12$

Exercice 5 (3+1). 1. Écrire 143 en base 2, 3, 5.

2. Écrire $\overline{157}^8$ et $\overline{321}^4$ en base 10.

Exercice 6 (1+2+1). Résoudre le système de congruences $\begin{cases} 2x \equiv 5 \pmod{13} \\ 3x \equiv 5 \pmod{11} \end{cases}$ et donner la plus petite solution strictement positive.