

Arithmétique

Examen de seconde chance

Durée : 1h30.

Toute réponse doit être justifiée.

Les correcteurs tiendront compte de la qualité de la rédaction et de la présentation.

Les appareils électroniques et tout document sont interdits.

Exercice 1 (2). Démontrer qu'il y a une infinité de nombres premiers.

Exercice 2 (2). Montrer que : $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, 1^3 + 3^3 + \dots + (2n-1)^3 = 2n^4 - n^2$

Exercice 3 (2). Déterminer tous les $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ et $r \in \mathbb{Z}$ tels que la division euclidienne de 1870 par b ait pour quotient 23 et pour reste r .

Exercice 4 (1.5+1.5+1). 1. Déterminer le PGCD de 1134 et 336.

2. Donner une relation de Bézout entre ces deux nombres et leur PPCM.

On écrira le PPCM comme un produit de puissances de nombres premiers.

Exercice 5 (3). Résoudre dans \mathbb{Z} l'équation suivante :

$$11x + 40y = 12$$

Exercice 6 (1+2). 1. Écrire en base 16 le nombre qui s'écrit 10001110 en base 2.

2. Écrire en base 7 le nombre qui s'écrit 146 en base 8.

Exercice 7 (1+2+1). Résoudre le système de congruences $\begin{cases} 4x \equiv 5 \pmod{17} \\ 3x \equiv 6 \pmod{18} \end{cases}$ et donner la plus petite solution strictement positive.