

# Arithmétique

---

## Examen de seconde chance

*Durée : 1h30.*

*Toute réponse doit être justifiée.*

*Les correcteurs tiendront compte de la qualité de la rédaction et de la présentation.*

*Les appareils électroniques et tout document sont interdits.*

**Exercice 1** (2). Démontrer qu'il y a une infinité de nombres premiers.

**Exercice 2** (2). Montrer que :  $\forall n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}, 1^3 + 3^3 + \dots + (2n-1)^3 = 2n^4 - n^2$

**Exercice 3** (2). Déterminer tous les  $b \in \mathbb{Z} \setminus \{0\}$  et  $r \in \mathbb{Z}$  tels que la division euclidienne de 1870 par  $b$  ait pour quotient 23 et pour reste  $r$ .

**Exercice 4** (1.5+1.5+1). 1. Déterminer le PGCD de 1134 et 336.

2. Donner une relation de Bézout entre ces deux nombres et leur PPCM.

*On écrira le PPCM comme un produit de puissances de nombres premiers.*

**Exercice 5** (3). Résoudre dans  $\mathbb{Z}$  l'équation suivante :

$$11x + 40y = 12$$

**Exercice 6** (1+2). 1. Écrire en base 16 le nombre qui s'écrit 10001110 en base 2.

2. Écrire en base 7 le nombre qui s'écrit 146 en base 8.

**Exercice 7** (1+2+1). Résoudre le système de congruences  $\begin{cases} 4x \equiv 5 \pmod{17} \\ 3x \equiv 6 \pmod{18} \end{cases}$  et donner la plus petite solution strictement positive.