

M1 MFA – PRA

Titre du Projet : Quelques applications des ultrafiltres

Tuteurs enseignants : Antoine Boivin & Jean-Baptiste Campesato

Descriptif du sujet :

Dans un premier temps, l'étudiant.e devra se familiariser avec la notion d'ultrafiltre et d'ultraproduit. Par la suite, plusieurs possibilités s'offriront à l'étudiant.e pour poursuivre le projet :

- Construire les nombres hyperréels ;
- Démontrer le principe du transfert sur ${}^*\mathbb{R}$ (justifiant que les énoncés standards d'analyse se formalisent avec les infinitésimaux) ;
- Étudier une démonstration non-standard du théorème de Gromov sur les groupes à croissance polynomiale ;
- Démontrer le théorème de Tychonoff ;
- Étudier la compactification de Stone–Čech ;
- Démontrer le théorème de représentation de Stone pour les algèbres de Boole.

Bibliographie :

ROBERT GOLDBLATT. *Lectures on the Hyperreals : An Introduction to Nonstandard Analysis*.