

Soient $A = (a_{ij})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq p} \in \mathcal{M}_{n,p}(k)$ et $B = (b_{kl})_{1 \leq k \leq p, 1 \leq l \leq q} \in \mathcal{M}_{p,q}(k)$. Alors leur produit $AB = (c_{il})_{1 \leq i \leq n, 1 \leq l \leq q} \in \mathcal{M}_{n,q}(k)$ est défini par

$$\forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, \forall l \in \llbracket 1, q \rrbracket, c_{il} := \sum_{j=1}^p a_{ij} b_{jl}.$$

La transposée de A est la matrice $A^\top = (a_{j,i}^\top)_{1 \leq j \leq p, 1 \leq i \leq n} \in \mathcal{M}_{p,n}(k)$ définie par

$$\forall j \in \llbracket 1, p \rrbracket, \forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, a_{j,i}^\top = a_{i,j}.$$

(idem pour $B^\top = (b_{lk}^\top := b_{kl})_{1 \leq l \leq q, 1 \leq k \leq p}$).

Les coefficients du produit $B^\top A^\top = (c_{li}^\top)_{1 \leq l \leq q, 1 \leq i \leq n}$ vérifient donc :

$$\begin{aligned} \forall l \in \llbracket 1, q \rrbracket, \forall i \in \llbracket 1, n \rrbracket, c_{li}^\top &= \sum_{j=1}^p b_{lj}^\top a_{ji}^\top \\ &= \sum_{j=1}^p b_{jl} a_{ij} = c_{il} \end{aligned}$$

Autrement dit, $(AB)^\top = B^\top A^\top$.